



МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ, НАУКЕ И ТЕХНОЛОШКОГ РАЗВОЈА  
РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ  
ЗАЈЕДНИЦА ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

**ЕЦЗ**  
СРБИЈЕ

**ДВАДЕСЕТ ТРЕЋЕ РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ**

**РЕШЕЊА**

**ИЗ**

**ОСНОВА ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ**

**ЗА УЧЕНИКЕ ПРВОГ РАЗРЕДА**

**Број задатка**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Укупно
<b>Број бодова</b>												
7 -2	8	7	8	9	9	10	6	10	7 -2	7	12	100 -4

**мај 2017.**



## УПУТСТВО (ОБАВЕЗНО ПРОЧИТАТИ!)

Питања и задаци су припремљени у складу са наставним програмима предмета Основе електротехнике.

Провера знања траје 120 минута. При раду такмичари могу да користе само прибор за писање и лични калкулатор.

Одговор на питање, односно решење постављеног задатка треба писати читко, обавезно на месту које је за то предвиђено. У случају да је расположиви простор за решавање задатка недовољан, може да се користи последња, празна страница. Притом је неопходно назначити број питања, односно задатка на које се наставак решавања односи. На дну простора предвиђеног за решавање одређеног задатка назначити да постоји наставак на крају рада.

Учесници такмичења самостално дају одговоре на питања и решавају постављене задатке. За време рада мора да влада тишина. Такмичар који не поштује ова правила биће дисквалификован и удаљен са такмичења.

За свако питање и задатак дат је број бодова на насловној страни. На питања са предложеним одговором за погрешан одговор добијају се негативни бодови. Највећи могући укупан број бодова је 100.

## САВЕТИ

Свако питање и задатак треба пажљиво прочитати да бисте разумели шта се захтева.

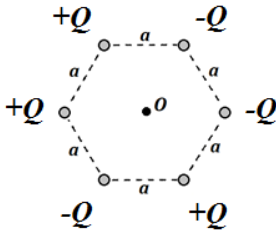
Уколико нисте потпуно сигурни који од предложених одговора на постављено питање треба заокружити, таква питања треба оставити без одговора. Тако се не добијају бодови “на срећу”, али се сигурно избегавају негативни бодови.

Није мудро да се дуго задржавате на питањима и задацима код којих, у датом тренутку, не можете са сигурношћу да одредите тачан одговор, односно да сагледате решење постављеног задатка. Усредсредите се на питања и задатке који следе. Након тога, преостало време посветите решавању задатака које сте “прескочили”.

# Срећно!



1. У теменима правоуглог шестоугла странице  $a$  налазе се у ваздуху три позитивна и три негативна наелектрисања истих апсолутних вредности  $Q$ , при чему је њихов распоред приказан на слици. Одредити интензитет електричног поља у тачки  $O$  (средиште шестоугла).



a)  $E = 0$

б)  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{a^2}$  7/-2

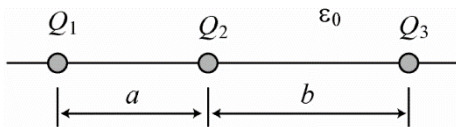
в)  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2a^2}$

г)  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Q}{a^2}$

д)  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{a}$

ђ) ниједан од понуђених одговора није тачан

2. Три мала наелектрисана тела налазе се у ваздуху на једној правој, на међусобним растојањима  $a = 1 \text{ m}$  и  $b = 2 \text{ m}$ , као на слици. Наелектрисање првог тела је  $Q_1 = 9 \text{ pC}$ . Израчунати наелектрисања  $Q_2$  и  $Q_3$  тако да сва три тела буду у равнотежи под дејством електростатичких сила.



Да би дата три тела била у равнотежи, наелектрисање  $Q_2$  мора бити негативно, а наелектрисање  $Q_3$  мора бити позитивно. 3 бода

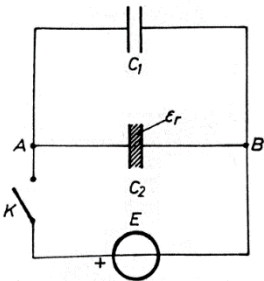
У складу са тим, можемо написати услове равнотеже за: 1 бод + 1 бод + 1 бод

- прво тело:  $k \frac{|Q_1||Q_2|}{a^2} = k \frac{|Q_1||Q_3|}{(a+b)^2}$
- друго тело:  $k \frac{|Q_1||Q_2|}{a^2} = k \frac{|Q_2||Q_3|}{b^2} \Rightarrow 4|Q_1| = |Q_3| \Rightarrow |Q_3| = 36 \text{ pC}$
- треће тело:  $k \frac{|Q_2||Q_3|}{b^2} = k \frac{|Q_1||Q_3|}{(a+b)^2} \Rightarrow 9|Q_2| = 4|Q_1| \Rightarrow |Q_2| = 4 \text{ pC}$

На основу већ одређеног предзнака наелектрисања, добија се да је  $Q_2 = -4 \text{ pC}$  и  $Q_3 = 36 \text{ pC}$ .  
1 бод + 1 бод



3. Кондензатор са ваздушним диелектриком, капацитивности  $C_1$ , кондензатор са диелектриком релативне диелектричне константе  $\epsilon_r$ , капацитивности  $C_2$ , без почетних оптерећености, и генератор електромоторне силе  $E$  везани су у коло као на слици. Прво се затвори прекидач  $K$ . По успостављању стационарног стања прекидач  $K$  се отвори, а затим се из кондензатора капацитивности  $C_2$  извуче диелектрик. Одредити израз за напон  $U_{AB}$  после извлачења диелектрика.



$$Q'_e = EC_1 + EC_2 = E(C_1 + C_2) \quad 1 \text{ бод}$$

$$C'_e = C_1 + C_2 \quad 1 \text{ бод}$$

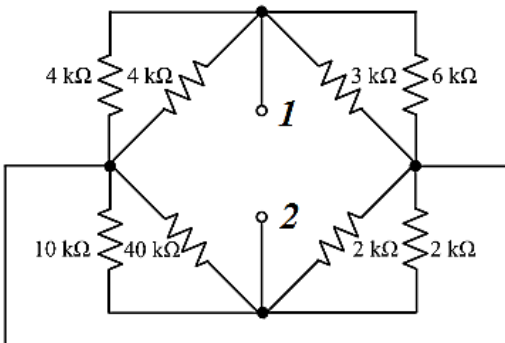
$$C''_e = C_1 + \frac{C_2}{\epsilon_r} \quad 2 \text{ бода}$$

$$Q''_e = Q'_e \quad 2 \text{ бода}$$

$$U_{AB} = \frac{Q''_e}{C''_e} = \frac{E(C_1 + C_2)}{C_1 + \frac{C_2}{\epsilon_r}} \quad 1 \text{ бод}$$



4. Одредити еквивалентну отпорност између прикључака 1 и 2 мреже приказане на слици.



Тражена еквивалентна отпорност износи  $R_{12} = 1.889 \text{ k}\Omega$ . 8 бодова



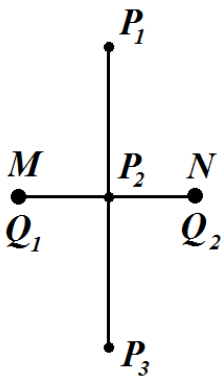


5. Два мала тела, која се налазе у ваздуху, наелектрисања  $Q_1 = 3 \cdot 10^{-10} \text{ C}$  и  $Q_2 = -6 \cdot 10^{-10} \text{ C}$ , приказана су на слици, при чему је  $\overline{MN} = \overline{MP_1} = \overline{MP_3} = \overline{NP_1} = \overline{NP_3} = a = 3 \text{ cm}$ .

а) Уколико рад сила електростатичког поља при померању наелектрисаног тела наелектрисања  $Q$  од тачке  $P_1$  до тачке  $P_2$  износи  $A_1 = 9 \cdot 10^{-9} \text{ J}$ , одредити то наелектрисање  $Q$ .

б) Одредити рад сила електростатичког поља при померању истог наелектрисаног тела од тачке  $P_2$  до тачке  $P_3$ .

в) Одредити рад сила електростатичког поља при померању истог наелектрисаног тела од тачке  $P_1$  до тачке  $P_3$ .



а) Рад при померању наелектрисања  $Q$  од тачке  $P_1$  до тачке  $P_2$  је  $A_1 = Q(V_{P1} - V_{P2})$ , где су потенцијали: 2 бода

$$V_{P1} = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 a} \text{ и } V_{P2} = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 \frac{a}{2}}. \quad 1 \text{ бод} + 1 \text{ бод}$$

Дакле,

$$A_1 = -Q \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 a} \Rightarrow Q = -\frac{A_1 4\pi\epsilon_0 a}{Q_1 + Q_2} = 10^{-10} \text{ C} \quad 1 \text{ бод}$$

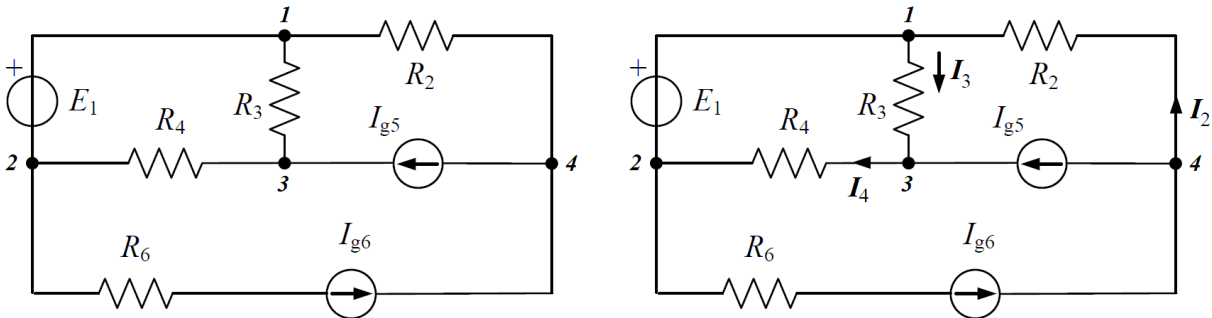
б)  $A_2 = -A_1 = -9 \cdot 10^{-9} \text{ J}$  2 бода

в)  $A_3 = 0$  2 бода





6. У колу сталне струје приказаном на слици је  $E_1 = 10\text{ V}$ ,  $I_{g5} = 3\text{ A}$ ,  $I_{g6} = 0.5\text{ A}$ ,  $R_3 = R_4 = 2\ \Omega$  и  $R_6 = 8\ \Omega$ . Израчунати отпорност  $R_2$  тако да снага струјног генератора  $I_{g5}$  буде једнака нули.



Из услова задатка, закључујемо да је  $U_{34} = 0\text{ V}$ . 1 бод

Можемо израчунати струју  $I_2 = I_{g6} - I_{g5} = -2.5\text{ A}$ . 1 бод

На основу Кирхофових закона, можемо писати:

$$-I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_3 = -\frac{R_2}{R_3} I_2 \quad 2 \text{ бода}$$

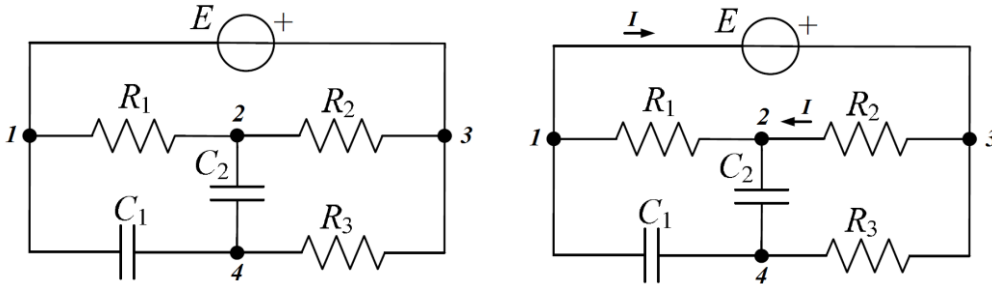
$$E_1 + R_2 I_2 - R_4 I_4 = 0, \text{ где је } I_4 = I_3 + I_{g5} \quad 2 \text{ бода} + 1 \text{ бод}$$

Решавањем датог система једначина, добија се да је  $R_2 = \frac{4}{5}\ \Omega$ . 2 бода





7. Неоптерећени кондензатори капацитивности  $C_1 = 1 \text{ nF}$  и  $C_2 = 4 \text{ nF}$  повезани су у коло на слици, у коме је  $E = 10 \text{ V}$ ,  $R_1 = 30 \Omega$ ,  $R_2 = 70 \Omega$  и  $R_3 = 50 \Omega$ . Израчунати електричне енергије кондензатора по успостављању стационарног стања у колу.



$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{10 \text{ V}}{100 \Omega} = 0.1 \text{ A} \quad 2 \text{ бода}$$

$$U_{21} = R_1 I = 3 \text{ V} \quad U_{32} = R_2 I = 7 \text{ V} \quad 1 \text{ бод} + 1 \text{ бод}$$

Како је  $U_{42} = U_{32} = 7 \text{ V}$ , 2 бода

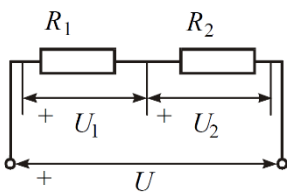
енергија кондензатора  $C_2$  износи  $W_{e2} = \frac{1}{2} C_2 U_{42}^2 = 98 \text{ nJ}$ . 1 бод

Како је  $U_{41} = U_{21} + U_{42} = 10 \text{ V}$ , 2 бода

енергија кондензатора  $C_1$  износи  $W_{e1} = \frac{1}{2} C_1 U_{41}^2 = 50 \text{ nJ}$ . 1 бод



8. Отпорници отпорности  $R_1 = 280 \Omega$  и  $R_2 = 160 \Omega$  су тако пројектовани да највећи напон између крајева сваког од њих износи  $U_{max} = 14 \text{ V}$ . На колики највећи напон  $U$  сме да се прикључи редна веза ових отпорника?



СЛИКА У РЕШЕЊУ

Однос напона ових отпорника у редној вези је  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{7}{4}$ . 2 бода

При највећем напону између крајева отпорника отпорности  $R_1$ , напон између крајева отпорника отпорности  $R_2$  је:

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1} U_{max} = 8 \text{ V} < U_{max}. \quad 2 \text{ бода}$$

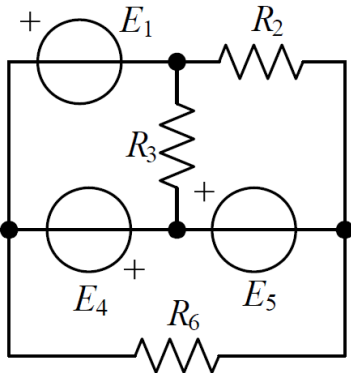
Према овоме, највећи дозвољени напон између крајева редне везе отпорника је:

$$U = U_{max} + U_2 = 22 \text{ V}. \quad 2 \text{ бода}$$





9. За коло сталне струје приказано на слици познато је  $E_1 = 10\text{ V}$ ,  $E_4 = 5\text{ V}$ ,  $E_5 = 3\text{ V}$ ,  $R_2 = 6\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 5\text{ k}\Omega$  и  $R_6 = 2\text{ k}\Omega$ . Израчунати укупну снагу генератора у колу.



Према теорему одржања снаге, укупна снага генератора једнака је укупној снази Џулових губитака у отпорницима: 3 бода

$$P_g = P_J = \frac{(E_1 + E_4)^2}{R_3} + \frac{(E_1 + E_4 - E_5)^2}{R_2} + \frac{(E_4 - E_5)^2}{R_6} = 71\text{ mW}$$

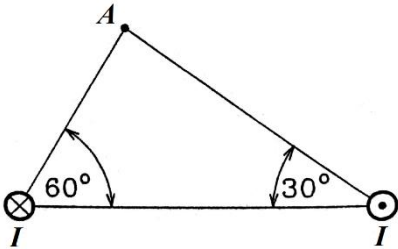
2 бода + 2 бода + 2 бода + 1 бод







10. Кроз два врло дугачка паралелна проводика који се налазе на растојању  $a$  теку струје исте јачине  $I$  у супротним смеровима. Колика треба да буде јачина тих струја да би у тачки  $A$  приказаној на слици интензитет магнетног поља износио  $H$ ?



а)  $I = \frac{2}{\sqrt{3}} a \pi H$

б)  $I = 2 a \pi H$

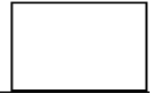
в)  $I = 4 \pi a^2 H$

г)  $I = \frac{\sqrt{3}}{2} a \pi H$  7/-2

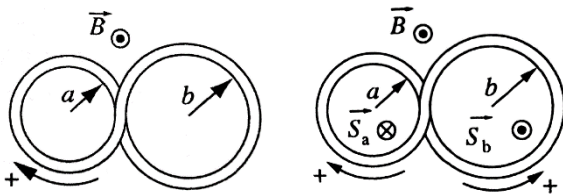
д)  $I = \frac{H}{a \pi}$

ђ) ниједан од понуђених одговора није тачан

Одговор образложити.



11. Проводник, савијен у облику осмице, задате позитивне оријентације, чини затворену контуру. Контура се налази у хомогеном магнетном пољу индукције  $B$ , управне на раван контуре. Одредити флукс вектора магнетне индукције кроз контуру. Нумерички подаци:  $a = 10 \text{ mm}$ ,  $b = 20 \text{ mm}$ ,  $B = 10 \text{ mT}$ .



Вектори површине појединих делова контуре су оријентисани као на слици. 2 бода

Флукс је:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}_a + \vec{B} \cdot \vec{S}_b = BS_a \cos(\vec{B}, \vec{S}_a) + BS_b \cos(\vec{B}, \vec{S}_b) = BS_a \cos \pi + BS_b \cos 0 = -BS_a + BS_b$$

Коначно,

1 бод + 1 бод + 1 бод + 1 бод

$$\Phi = B(-\pi a^2 + \pi b^2) = B\pi(b^2 - a^2) \approx 9.425 \mu\text{Wb}. \quad 1 \text{ бод}$$

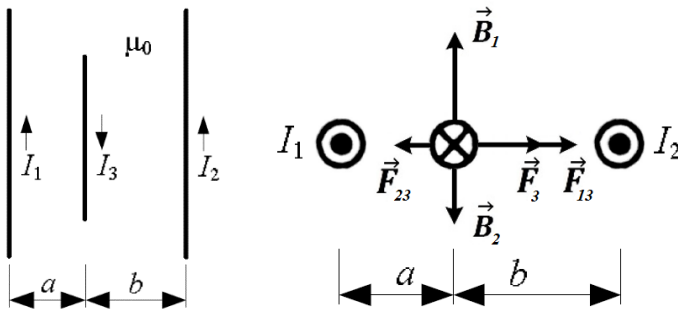




12. Три паралелна проводника леже у истој равни у ваздуху, као на слици. Проводници у којима су успостављене сталне струје  $I_1$  и  $I_2$  су врло дугачки, док је проводник са струјом јачине  $I_3$  дужине  $l$ .

а) Одредити **вектор** магнетне силе  $\vec{F}_3$  на проводник са струјом  $I_3$  (одредити интензитет и нацртати правац и смер).

б) При ком односу струја  $I_1/I_2$  је  $\vec{F}_3 = 0$ ?



а) У свим тачкама проводника са струјом  $I_3$ :

- проводник са струјом  $I_1$  ствара магнетно поље индукције  $\vec{B}_1$ , чији је интензитет  $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$ , а правац и смер су дати на слици, 1 бод + 1 бод
- проводник са струјом  $I_2$  ствара магнетно поље индукције  $\vec{B}_2$ , чији је интензитет  $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi b}$ , а правац и смер су дати на слици. 1 бод + 1 бод

Даље, сила:

- којом проводник са струјом  $I_1$  делује на проводник са струјом  $I_3$  биће одбојна јер су струје  $I_1$  и  $I_3$  супротног смера. Ова сила је нацртана на слици. 1 бод  
Њен интензитет је  $F_{13} = I_3 l B_1 \sin(\vec{l}, \vec{B}_1) = I_3 l B_1 \sin \frac{\pi}{2} = \frac{\mu_0 l I_3 I_1}{2\pi a}$ . 1 бод
- којом проводник са струјом  $I_2$  делује на проводник са струјом  $I_3$  биће одбојна јер су струје  $I_2$  и  $I_3$  супротног смера. Ова сила је нацртана на слици. 1 бод  
Њен интензитет је  $F_{23} = I_3 l B_2 \sin(\vec{l}, \vec{B}_2) = I_3 l B_2 \sin \frac{\pi}{2} = \frac{\mu_0 l I_3 I_2}{2\pi b}$ . 1 бод

Уколико претпоставимо смер резултујуће силе  $\vec{F}_3$  као на слици, њен интензитет је: 1 бод

$$F_3 = F_{13} - F_{23} = \frac{\mu_0 l I_3}{2\pi} \left( \frac{I_1}{a} - \frac{I_2}{b} \right) \quad 1 \text{ бод}$$

$$\text{б) } F_3 = \frac{\mu_0 l I_3}{2\pi} \left( \frac{I_1}{a} - \frac{I_2}{b} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{I_1}{a} - \frac{I_2}{b} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{a}{b} \quad 2 \text{ бода}$$





