



МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ, НАУКЕ И ТЕХНОЛОШКОГ РАЗВОЈА
РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
ЗАЈЕДНИЦА ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

ЕЦЗ
СРБИЈЕ

ДВАДЕСЕТ ТРЕЋЕ РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ

РЕШЕЊА

ИЗ

ОСНОВА ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ

ЗА УЧЕНИКЕ ДРУГОГ РАЗРЕДА

Број задатка

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Укупно
Број бодова												
6 -2	6 -2	6 -2	8	10	8	9	10	6 -2	9	12	10	100 -8

мај 2017.



УПУТСТВО (ОБАВЕЗНО ПРОЧИТАТИ!)

Питања и задаци су припремљени у складу са наставним програмима предмета Основе електротехнике.

Провера знања траје 120 минута. При раду такмичари могу да користе само прибор за писање и лични калкулатор.

Одговор на питање, односно решење постављеног задатка треба писати читко, обавезно на месту које је за то предвиђено. У случају да је расположиви простор за решавање задатка недовољан, може да се користи последња, празна страница. Притом је неопходно назначити број питања, односно задатка на које се наставак решавања односи. На дну простора предвиђеног за решавање одређеног задатка назначити да постоји наставак на крају рада.

Учесници такмичења самостално дају одговоре на питања и решавају постављене задатке. За време рада мора да влада тишина. Такмичар који не поштује ова правила биће дисквалификован и удаљен са такмичења.

За свако питање и задатак дат је број бодова на насловној страни. На питања са предложеним одговором за погрешан одговор добијају се негативни бодови. Највећи могући укупан број бодова је 100.

САВЕТИ

Свако питање и задатак треба пажљиво прочитати да бисте разумели шта се захтева.

Уколико нисте потпуно сигурни који од предложених одговора на постављено питање треба заокружити, таква питања треба оставити без одговора. Тако се не добијају бодови “на срећу”, али се сигурно избегавају негативни бодови.

Није мудро да се дуго задржавате на питањима и задацима код којих, у датом тренутку, не можете са сигурношћу да одредите тачан одговор, односно да сагледате решење постављеног задатка. Усредсредите се на питања и задатке који следе. Након тога, преостало време посветите решавању задатака које сте “прескочили”.

Срећно!



1. При довољно ниским учестаностима, кондензатор у колу наизменичне струје практично представља:

а) кратак спој

б) прекид 3/-1

в) или кратак спој или прекид, зависно од осталих елемената у колу,

док при довољно високим учестаностима практично представља:

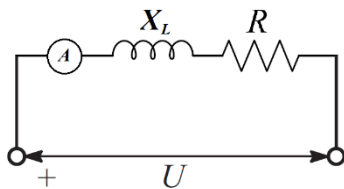
а) кратак спој 3/-1

б) прекид

в) или кратак спој или прекид, зависно од осталих елемената у колу.



2. У колу на слици код кога је $R = X_L$, амперметар показује струју $I = 10\text{ A}$, када је оно прикључено на наизменични напон амплитуде U_m . Колико ће износити показивање амперметра ако се дато коло прикључи на једносмерни напон исте вредности U_m ?



а) $I' = 5\text{ A}$

б) $I' = 7.07\text{ A}$

в) $I' = 10\text{ A}$

г) $I' = 14.1\text{ A}$

д) $I' = 20\text{ A}$ 6/-2

ђ) $I' = 0\text{ A}$

Одговор образложити.

Како је $I = \frac{U_m}{\sqrt{2}R} = \frac{U_m}{2R}$ и $I' = \frac{U_m}{R}$, добија се $I' = 2I = 20\text{ A}$.





3. Максимуми тренутне снаге на отпорнику и калему, који су везани на ред и кроз које протиче наизменична струја периоде T

а) појављују се у истом тренутку

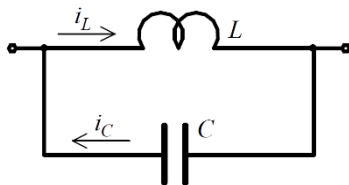
б) померени су један у односу на други за $T/8$ 6/-2

в) померени су један у односу на други за $T/4$

г) померени су један у односу на други за било који временски интервал између $T/8$ и $T/4$, што зависи само од учестаности

д) померени су један у односу на други за било који временски интервал између $T/8$ и $T/4$, што зависи од учестаности, отворности отпорника и индуктивности калема

4. Калем и кодензатор на слици везани су паралелно и укључени у коло простопериодичне струје учестаности $f = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}}$. Израчунати тренутну струју кондензатора у тренуцима када је тренутна струја калема $i_L = 60 \text{ mA}$, а према референтним смеровима означеним на слици.



$$\omega = 2\pi f = \frac{1}{2\sqrt{LC}} \quad 1 \text{ бод}$$

$$I_L j\omega L = -I_C \left(-j \frac{1}{\omega C}\right) \Rightarrow I_L \omega L = I_C \frac{1}{\omega C} \Rightarrow I_L = \frac{1}{\omega^2 LC} I_C = \frac{1}{\frac{1}{4LC} LC} I_C = 4I_C$$

2 бода

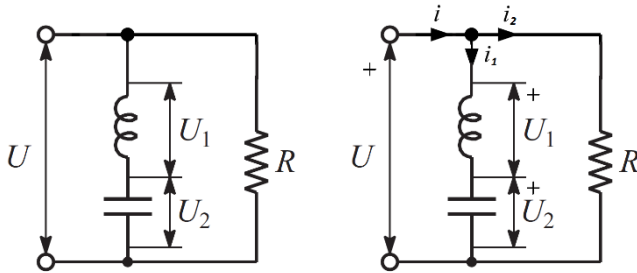
2 бода

Дакле, $i_L(t) = 4i_C(t)$. 2 бода

У тренуцима када је тренутна струја калема $i_L = 60 \text{ mA}$, тренутна струја кондензатора износи $i_C = \frac{i_L}{4} = 15 \text{ mA}$. 1 бод



5. У колу простопериодичне струје приказаном на слици познате су ефективне вредности напона $U_1 = 7\text{ V}$, $U_2 = 2\text{ V}$ и отпорност $R = 50\ \Omega$. Израчунати средњу снагу кола.



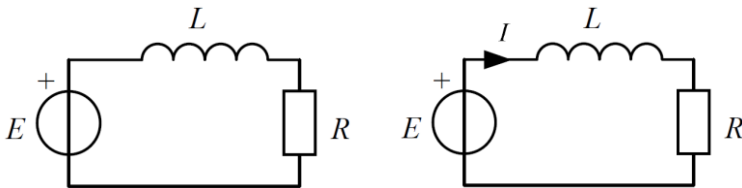
Средња снага кола је $P = UI \cos \varphi$. 1 бод

Са фазорског дијаграма кола може се закључити да је $U = 5\text{ V}$ и $\cos \varphi = \frac{I_2}{I}$, где је $I_2 = \frac{U}{R} = 0.1\text{ A}$. 3 бода + 3 бода + 1 бод

Дакле, $P = UI \cos \varphi = UI \frac{I_2}{I} = UI_2 = 5\text{ V} \cdot 0.1\text{ A} = 0.5\text{ W} = 500\text{ mW}$. 2 бода



6. У колу простопериодичне струје приказаном на слици је $E = 10\text{ kV}$, $R = 500\ \Omega$ и средња снага отпорника $P_R = 72\text{ kW}$. Израчунати комплексну привидну снагу калема.



$$P_R = RI^2 \Rightarrow I = 12\text{ A} \quad 2 \text{ бода}$$

$$Z = \frac{E}{I} = \sqrt{R^2 + X_L^2} \Rightarrow X_L \approx 666\ \Omega \quad 2 \text{ бода}$$

$$P_L = 0\text{ W} \quad 1 \text{ бод}$$

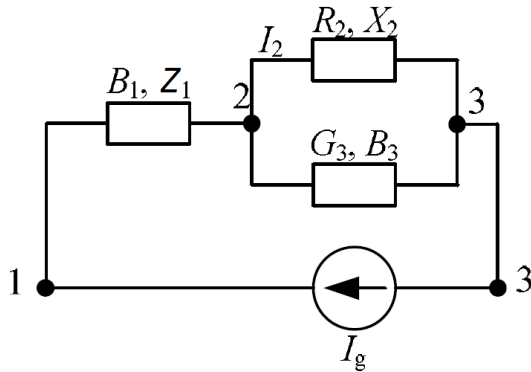
$$Q_L = X_L I^2 = 96\text{ kVA}_r \quad 2 \text{ бода}$$

$$\underline{S}_L = P_L + jQ_L = j96\text{ kVA} \quad 1 \text{ бод}$$





7. За коло са слике познато је $B_1 = 0.12 \text{ S}$, $Z_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $X_2 = -4 \Omega$, $G_3 = 0.3 \text{ S}$, $B_3 = -0.4 \text{ S}$ и $I_g = 2 \text{ A}$. Израчунати ефективну вредност напона струјног генератора и фактор снаге кола.



$$G_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_2^2} = 0.1 \text{ S} \text{ и } B_2 = -\frac{X_2}{R_2^2 + X_2^2} = 0.2 \text{ S} \quad 0.5 \text{ бодова} + 0.5 \text{ бодова}$$

$$G_{23} = G_2 + G_3 = 0.4 \text{ S} \text{ и } B_{23} = B_2 + B_3 = -0.2 \text{ S} \quad 0.5 \text{ бодова} + 0.5 \text{ бодова}$$

$$R_{23} = \frac{G_{23}}{G_{23}^2 + B_{23}^2} = 2 \Omega \text{ и } X_{23} = -\frac{B_{23}}{G_{23}^2 + B_{23}^2} = 1 \Omega \quad 0.5 \text{ бодова} + 0.5 \text{ бодова}$$

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} = 0.2 \text{ S} \text{ и } G_1 = \sqrt{Y_1^2 - B_1^2} = 0.16 \text{ S} \quad 0.5 \text{ бодова} + 0.5 \text{ бодова}$$

$$R_1 = \frac{G_1}{G_1^2 + B_1^2} = 4 \Omega \text{ и } X_1 = -\frac{B_1}{G_1^2 + B_1^2} = -3 \Omega \quad 0.5 \text{ бодова} + 0.5 \text{ бодова}$$

$$R_e = R_1 + R_{23} = 6 \Omega \text{ и } X_e = X_1 + X_{23} = -2 \Omega \text{ и } Z_e = \sqrt{R_e^2 + X_e^2} = 2\sqrt{10} \Omega$$

$$0.5 \text{ бодова} + 0.5 \text{ бодова} + 0.5 \text{ бодова}$$

Ефективна вредност напона струјног генератора износи $U_{13} = I_g Z_e = 4\sqrt{10} \text{ V} \approx 12.65 \text{ V}$

1 бод

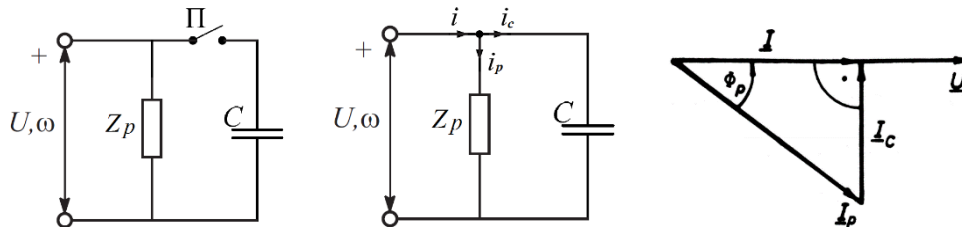
Фактор снаге кола износи $\cos \varphi = \cos \left(\arctg \frac{X_e}{R_e} \right) \approx 0.95$. 1.5 бодова





8. Индуктивни пријемник, индуктивности $L_p = 50 \text{ mH}$ и импедансе $Z_p = 20 \Omega$ прикључен је на напојни вод као на слици.

- а) Одредити капацитивност кондензатора који треба узети паралелно пријемнику тако да струја у напојном воду буде у фази са напоном.
 б) Колики је фактор снаге ове паралелне везе?
 в) Узимајући у обзир одговор под б), шта је извршено овим поступком везивања кондензатора паралелно пријемнику?



а) Са фазорског дијаграма је $I_C = I_p \sin \varphi_p$. 3 бода

Како су $I_C = \omega C U$, $I_p = \frac{U}{Z_p}$ и $\sin \varphi_p = \frac{\omega L_p}{Z_p}$, то је капацитивност кондензатора:

1 бод + 1 бод + 2 бода

$$C = \frac{L_p}{Z_p^2} = 125 \mu F. \quad 1 \text{ бод}$$

б) Фактор снаге ове паралелне везе је $\cos \varphi = 1$. 1 бод

в) Овим поступком је извршена поправка фактора снаге напојног вода. 1 бод



9. Дата је редна веза отпорника и кондензатора. На учестаности ω важи да је $R = X_C$, а комплексна импеданса ове редне везе је описана модулом Z и аргументом φ . Ако се учестаност смањи три пута, модуо Z_1 нове комплексне импедансе ове редне везе биће:

а) $Z_1 = \sqrt{3}Z$

б) $Z_1 = \sqrt{5}Z$ 3/-1

в) $Z_1 = Z/\sqrt{3}$

г) $Z_1 = Z/\sqrt{5}$

д) $Z_1 = 3Z$

ђ) $Z_1 = 5Z$

док ће за њен аргумент φ_1 важити:

а) $\varphi_1 > \varphi$

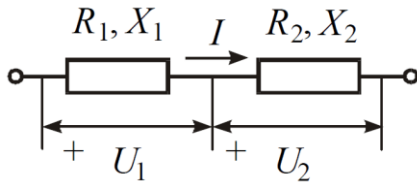
б) $\varphi_1 < \varphi$ 3/-1





10. Привидне снаге пријемника приказаних на слици су $S_1 = 1 \text{ VA}$ и $S_2 = 5 \text{ VA}$. Напон U_1 фазно предњачи струји I за $\pi/4$, а напон U_2 фазно заостаје за струјом I за $\pi/4$. Израчунати:

- активну снагу редне везе ових пријемника,
- реактивну снагу редне везе ових пријемника.



Фазне разлике напона и струје појединих пријемника су $\varphi_1 = \pi/4$ и $\varphi_2 = -\pi/4$.

0.5 бодова + 0.5 бодова

Комплексне привидне снаге ових пријемника су:

$$\underline{S}_1 = S_1 e^{j\varphi_1} = \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + j) \text{ VA} \quad 2 \text{ бода}$$

$$\underline{S}_2 = S_2 e^{j\varphi_2} = \frac{5\sqrt{2}}{2} (1 - j) \text{ VA} \quad 2 \text{ бода}$$

Комплексна привидна снага редне везе пријемника је:

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = (\underline{U}_1 + \underline{U}_2) \underline{I}^* = \underline{U}_1 \underline{I}^* + \underline{U}_2 \underline{I}^* = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 = \sqrt{2}(3 - j2) \text{ VA} \quad 2 \text{ бода}$$

Одавде је:

а) $P = 3\sqrt{2} \text{ W} \quad 1 \text{ бод}$

б) $Q = -2\sqrt{2} \text{ VA}_r \quad 1 \text{ бод}$





11. Идеалан калем индуктивности $L = 10 \mu\text{H}$ везан је у коло простопериодичне струје кружне учестаности $\omega = 10^5 \text{ s}^{-1}$. Комплексни напон између прикључака калема је $\underline{U} = \sqrt{2}(-1 + j) \text{ V}$. Израчунати:

- а) комплексну струју калема (при усаглашеним референтним смеровима напона и струје),
- б) средњу магнетску енергију калема,
- в) максималну магнетску енергију калема,
- г) први тренутак ($t \geq 0$) у коме је магнетска енергија калема максимална.

а) $\underline{U} = 2e^{j3\pi/4}$ 1 бод

$$I = \frac{U}{\omega L} = 2 \text{ A} \quad 1 \text{ бод}$$

$$\psi = \theta - \pi/2 = \pi/4 \quad 1 \text{ бод}$$

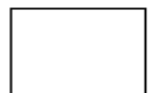
$$\Rightarrow \underline{I} = 2e^{j\pi/4} = \sqrt{2}(1 + j) \text{ A} \quad 1 \text{ бод}$$

б) $W_{sr} = \frac{1}{2}LI^2 = 20 \mu\text{J}$ 2 бода

в) $W_{max} = LI^2 = 40 \mu\text{J}$ 2 бода

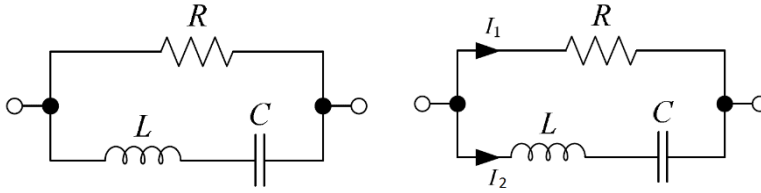
г) $w(t) = \frac{1}{2}Li^2(t)$ 1 бод

Како је $W_{max} = 40 \mu\text{J}$, тражимо први тренутак у коме је $i^2(t) = 8 \text{ A}^2$, тј. $i(t) = 2\sqrt{2} \text{ A}$ или $i(t) = -2\sqrt{2} \text{ A}$. Временски облик струје калема је $i(t) = 2\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/4)$, па је тражени тренутак за $\omega t + \pi/4 = \pi/2$, тј. $t = \frac{\pi}{4\omega} = 7.85 \mu\text{s}$. 3 бода





12. На слици је приказан део кола наизменичне струје, при чему је $L = 3R^2C/2$. Извести изразе за кружне учестаности на којима је амплитуда струје калема једнака ефективној струји отпорника. Резултат изразити у функцији параметара R и C .



$$I_1 R = I_2 j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \Rightarrow I_1 R = I_2 \sqrt{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \Rightarrow I_1 R = I_2 \left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|$$

1 бод + 1 бод + 2 бода

Услов задатка је $I_1 = I_{2m}$, па је $R\sqrt{2} = \left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|$. 2 бода

- $R\sqrt{2} = \omega L - \frac{1}{\omega C}$

Како је $L = 3R^2C/2$, добија се квадратна једначина $3R^2C^2\omega^2 - 2\sqrt{2}RC\omega - 2 = 0$, чија су решења $\frac{\sqrt{2}}{RC}$ и $-\frac{\sqrt{2}}{3RC}$. У обзир узимамо само позитивно решење $\frac{\sqrt{2}}{RC}$. 1 бод + 1 бод

- $R\sqrt{2} = -\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$

У овом случају, добија се квадратна једначина $3R^2C^2\omega^2 + 2\sqrt{2}RC\omega - 2 = 0$, чија су решења $\frac{\sqrt{2}}{3RC}$ и $-\frac{\sqrt{2}}{RC}$. У обзир узимамо само позитивно решење $\frac{\sqrt{2}}{3RC}$. 1 бод + 1 бод

Дакле, тражене кружне фреквенције су $\omega_1 = \frac{\sqrt{2}}{RC}$ и $\omega_2 = \frac{\sqrt{2}}{3RC}$.





