

Pitanja za maturalni ispit

1. Uprostiti izraz $\frac{4a^2+9a+5}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} - \frac{6}{1-a}$
2. Uprostiti izraz $\left(\frac{x}{y^2+xy} - \frac{2}{x+y} + \frac{y}{x^2+xy}\right) : \left(\frac{x}{y} - 2 + \frac{y}{x}\right)$
3. Uprostiti izraz $\left(\frac{2x}{x^2+2xy} + \frac{4y}{x^2-4y^2} - \frac{y}{xy-2y^2}\right) : \left(1 - \frac{x^2-4y^2-2}{x^2-4y^2}\right)$
4. Uprostiti izraz $\left(\left(\frac{3}{x-y} - \frac{3x}{x^3-y^3} \cdot \frac{x^2+xy+y^2}{x+y}\right) : \frac{2x+y}{x^2+2xy+y^2}\right) \cdot \frac{3}{x+y}$
5. Uprosti izraz $\left(\frac{3}{a-1} - \frac{3a^2+3a+3}{a^2-1} : \frac{a^4-a}{a^3+1}\right) \cdot \frac{a-a^2}{3}$
6. Uprosti izraz $(1-a^2) : \left(\left(\frac{1-\sqrt{a^3}}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a}\right) \cdot \left(\frac{1+\sqrt{a^3}}{1+\sqrt{a}} - \sqrt{a}\right)\right)$
7. Uprostiti izraz $\frac{a^{-2x}-a^{-x}-6}{a^{-2x}-4} - \frac{a^{-x}-1}{2-a^{-x}} - 2$
8. Uprostiti izraz $\left(\frac{1}{b-\sqrt{a}} + \frac{1}{b+\sqrt{a}}\right) : \frac{a^{-2}b^{-1}}{a^{-2}-a^{-1}b^{-2}}$
9. a) Ako je $z = 1 + i$, naći Z^{10} .
 b) Ako je $z_1 = 2 + i$, $z = x + yi$, $Im\left(\frac{z}{z_1}\right) = -\frac{3}{5}$, $Re(\bar{z} \cdot z_1) = 1$. Naći z .
10. Rešiti u skupu kompleksnih brojeva jednačinu $z + |z + 1| + i = 0$.
11. Izračunati $\left(\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}+1} - \frac{1}{\sqrt{3}+3}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}+3} + \frac{1}{\sqrt{3}+1}\right)^{-1}$
12. Rešiti jednačinu $|x^2 + 2x| - |3 + x| = x^2$
13. Rešiti nejednačine:
 - a) $\frac{x-2}{x^2-3x+2} \geq 2$
 - b) $\frac{5-2x}{x^2-6x+8} \geq 1$
 - c) $\frac{x-3}{x^2-3x+2} < 1$

14. Rešiti dvojne nejednačine:

$$-3 < \frac{x-1}{x+1} < 5 \quad 1 < \frac{3x+10}{x+7} < 2$$

15. Odrediti m u jednacini $x^2 - (2m - 1)x + m^2 = 0$ tako da za rešenja važi: $x_1^2 + x_2^2 = 7$.

16. Odrediti m u jednacini $(m + 1)x^2 - (m - 1)x + m = 0$ tako da za rešenja važi: $x_1^2 + x_2^2 \geq 1$.

17. Odrediti m tako da je: $(2m - 1)x^2 + (m + 2)x + m - 1 < 0$ ispunjeno za $\forall x \in R$

18. Odrediti m tako da je $(4m - 3)x^2 + 2(3m - 2)x + 7 - 6m > 0$ ispunjeno za $\forall x \in R$

19. Rešiti jednacinu $\sqrt{3x^2 + 5x + 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 1$

20. Rešiti sistem:

$$a) x^2 + y^2 - xy + x = 5$$

$$b) \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{37}{6}$$

$$x + 2y = 4$$

$$x + y = \frac{37}{8}$$

21) Rešiti jednačinu: $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} = 6$

22) Rešiti jednačinu: $5^x + 5^{2-x} = 10$

21) Rešiti jednačinu:

$$a) \log(4 + 2^{x+2}) = \log 4 + \log(5 \cdot 2^{4-x} - 1)$$

$$b) \log(3^x + 2) - \log(2 \cdot 3^{2-x} + 9) = \log 3$$

24. Rešiti jednačinu: $\log_2(x^2 - 3x + 4) > 1$

25. Rešiti jednačinu: $\log_5(24 + 5^{1-x}) = x + 1$
26. Rešiti jednačinu: $\log(x - 1) + 2\log \cdot \sqrt{x + 2} = 1$
27. Rešiti jednačinu: $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$
28. Odrediti površinu i zapraminu i nagibni ugao bočne ivice prema ravni osnove kao pravilne četvorostrane piramide ako je $H = 15m$ a površina dijagonalnog preseka $120m^2$.
29. Površina prave trostrane prizme je $1440cm^2$ a njena visina je $16cm$. Izračunati osnovne ivice ako se one odnose kao $17:10:9$
30. Bočna ivica pravilne trostrane zarubljene piramide gradi sa ravni osnove ugao $\alpha=30^\circ$. Osnovne ivice su $a=4cm$ $b=2cm$. Naći površinu i zapreminu.
31. Poluprečnici osnova prave zarubljene kupe odnose se sa $1:4:5$ i $H=8cm$. Odrediti omotač kupe.
32. Pravougli trapez osnovica $a=10cm$ $b=2cm$ rotira oko manjeg kraka. Visina trapeze je $15cm$. Naći površinu i zapreminu obtnog tela.
33. U lopti poluprečnika $r=8cm$ upisana je kupa čija je visina jednaka prečniku osnove. Odrediti površinu i zapreminu kupe.
34. Dokazati $\frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} - \frac{1 + 2\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha(\tan^2\alpha - 1)} = \frac{2}{1 + \tan\alpha}$
35. Dokazati $\frac{\sin^3\alpha + \cos^3\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} - \frac{\cos\alpha}{\sqrt{1 + \cot^2\alpha}} - 2\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = -1$
36. Dokazati $\sin^2\alpha + \sin^2\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right) = \frac{3}{2}$
37. Pokazati da izraz $\cos^2 x - 2 \sin \alpha \cos x \sin(\alpha + x) + \sin^2(\alpha + x)$ ne zavisi od x .
38. Dokazati $\frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} = \operatorname{tg} \alpha$
39. Rešiti jednačinu $\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x = \frac{4}{3} \sin 2x$

40. Rešiti jednačinu $2\cos^2 x = 1 + 4 \sin x$
41. Rešiti jednačinu $\sqrt{2} \sin^2 x + \cos x = 0$
42. Rešiti jednačinu $1 + \sin 2x = (\sin 2x - \cos 2x)^2$
43. Rešiti jednačinu $\sin^2 x - 3\cos^2 x + 2\sin 2x = 1$
44. Rešiti jednačinu $4^{\cos 2x} + 4^{\cos^2 x} = 3$
45. Naći ugao pod kojim se vidi elipsa $x^2 + 3y^2 = 12$ iz tačke $P(0,4)$
46. Tangenta hiperbole $x^2 - 4y = 16$ u tački $A(5, \frac{3}{2})$ sece x osu. Odrediti tačku preseka.
47. Data je parabola $y^2 = 16x$ i hiperbola $3x^2 - y^2 = 12$. Odrediti zajednicke tangente.
48. U presečenim tačkama prave $x - 7y + 29 = 0$ i kružnice $x^2 + y^2 + 8x - 9 = 0$ konstruisane su tangente na kružnicu. Odrediti ugao između tangenta.
49. Odrediti jednačinu prave koja prolazi kroz tačku presečenu pravim $3x + 4y = 4$ i $9x + 5y + 4 = 0$ i paralelna je sa pravom $5x + 2y + 6 = 0$
50. Odrediti jednačinu kruga koji prolazi kroz tačke $(-4,1)$ $(3,0)$ a centar je na y osi.
51. Za koje vrednosti x tri broja $\log 2$, $\log(2^x - 1)$, $\log(12^x + 3)$ uzeta u datom poretku čine aritmetički niz.
52. Zbir prvih tri člana geometrijskog niza je 26 a četvrti član je za 52 veći od prvog. Naći S_6 .
53. Zbir koeficijenta prvog, drugog i trećeg člana u razvijenom obliku binoma $(x^2 + \frac{1}{x})^n$ je 46. Odrediti član koji ne sadrži x.
54. U razlaganju binoma $(a^{23}\sqrt{a} - \frac{2}{a^3\sqrt{a}})^n$ naći član koji ne sadrži a ako je odnos binomnim koeficijentata petog i trećeg člana 1:2.
55. Odrediti oblast definisanosti funkcije:

a) $y = \sqrt{\log_2(4 - x^2)}$

b) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2+x-x^2}}\right)^x + \log_2(2x - 1)$

56. Odrediti granicnu vrednost: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+x+1}{x^2-x-1}\right)$ kad $x \rightarrow \infty$

57. Odrediti graničnu vrednost

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$, kad $x \rightarrow 0$

58. Odrediti intervale monotonosti i ekstremne vrednosti funkcije

a) $y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$

b) $y = \frac{x^2}{x+1}$

c) $y = \frac{1 - \ln x}{x}$

59. Odrediti asimptote funkcije

a) $y = \frac{x^2-5x+7}{x-2}$ b) $y = \frac{x^2+3x}{x+4}$ c) $y = \frac{x^2-4}{1-x^2}$

60. Rešiti integral

a) $\int_1^2 x^2 \ln x \, dx$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x \, dx$

c) $\int \frac{x}{\sin^2 x} \cdot dx$